

## TD4

1. On considère l'équation

$$L\psi = k^2\psi, \quad L = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + u.$$

En cherchant la solution sous la forme

$$\psi = e^{kx} \left( 1 + \frac{w_1}{k} + \frac{w_2}{k^2} + \dots \right),$$

établir une relation de récurrence pour  $\{w_j\}$ .

2. Pour  $f(x) = x$ , calculer la forme explicite de  $e^{\alpha x^2 \frac{\partial}{\partial x}} f(x)$ .
3. Trouver une symétrie cachée de l'équation

$$u_t = u^2 u_x + u_{xxx}.$$

*Indication:* on pourra considérer

$$P(u, u_x, \dots) = Au^4 u_x + Bu^2 u_{xxx} + Cu u_x u_{xx} + Du_x^3 + Eu_{5x},$$

avec  $\deg u = 1$ ,  $\deg u_x = 2$ ,  $\dots$