

TD1

1. Déterminer les domaines d'hyperbolicité, ellipticité et parabolicité de l'équation

$$u_{xx} + yu_{yy} = 0.$$

Trouver la forme canonique de cette équation dans le domaine d'hyperbolicité.

2. Trouver la forme canoniques des EDP suivantes:

$$\begin{aligned}u_{xx} + xyu_{yy} &= 0, \\e^{2x}u_{xx} + 2e^{x+y}u_{xy} + e^{2y}u_{yy} &= 0, \\y^2u_{xx} - e^{2x}u_{yy} + u_x &= 0.\end{aligned}$$

3. Trouver la forme canonique et simplifier (le plus possible) l'équation à coefficients constants

$$\alpha u_{xx} + 2\beta u_{xy} + \gamma u_{yy} + au_x + bu + cu_y = 0.$$

Indication: Considérez le changement de variables $u \mapsto e^{\lambda x + \mu y}v$.